

ИВО БАЙЧЕВ

**ПОМОЩНИ ТАБЛИЦИ
ПО СТРОИТЕЛНА МЕХАНИКА**

ЗА СТРОИТЕЛНИЯ И ТРАНСПОРТНИЯ ФАКУЛТЕТ

**Част III – устойчивост и динамика на
строителните конструкции**



**УНИВЕРСИТЕТ ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ
СОФИЯ**

Проф. д-р инж. ИВО ВЕНКОВ БАЙЧЕВ

**ПОМОЩНИ ТАБЛИЦИ
ПО СТРОИТЕЛНА МЕХАНИКА**

ЗА СТРОИТЕЛНИЯ И ТРАНСПОРТНИЯ ФАКУЛТЕТ

**Част III – устойчивост и динамика на
строителните конструкции**

УАСГ – УИК – ИЗДАТЕЛСКИ ЦЕНТЪР

Таблиците са предназначени за студенти от Строителния и Транспортния факултет. По отношение на устойчивостта те съдържат схеми, изрази и стойности, необходими за определянето на критични товари и изключвателни (ефективни) дължини, както и за изчисляването на рамки по деформирана схема. Показани са също схеми и формули за приложението на МКЕ в устойчивостта и в изследването на рамки по теорията от втори ред.

В областта на строителната динамика са дадени формирането на съгласуваната матрица на масите в МКЕ, формули за получаването на маси и масови инерционни моменти, както и решения за честотите и формите на трептения на греди с разпределени маси (с безкраен брой степени на свобода).

Съставителят изказва благодарност на проф. А. Тепавичаров за задълбочената и критична рецензия на тези таблици, допринесла за предлагането им в настоящия вид.

С предварителна благодарност съставителят очаква оценки и препоръки на адрес: София 1164, бул. "Христо Смирненски" № 1, Университет по архитектура, строителство и геодезия, катедра "Строителна механика".

ПОМОЩНИ ТАБЛИЦИ ПО СТРОИТЕЛНА МЕХАНИКА ЗА СТРОИТЕЛНИЯ И ТРАНСПОРТНИЯ ФАКУЛТЕТ

Част III – устойчивост и динамика на строителните конструкции

Съставител: проф. д-р инж. ИВО БАЙЧЕВ

Националност българска

Формат 70x100/16

Печ. коли 1,75

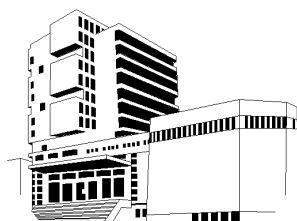
Изд. коли 2,27

Компютърен набор и предпечатна подготовка

Учебен изчислителен комплекс – УАСГ – Издателски център

УНИВЕРСИТЕТ ПО АРХИТЕКТУРА, СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ

София, бул. „Христо Смирненски” 1



**УНИВЕРСИТЕТ ПО АРХИТЕКТУРА,
СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ**

УЧЕБЕН ИЗЧИСЛИТЕЛЕН КОМПЛЕКС

ИЗДАТЕЛСКИ ЦЕНТЪР

СЪДЪРЖАНИЕ

Раздел I – УСТОЙЧИВОСТ НА СТРОИТЕЛНИТЕ КОНСТРУКЦИИ

Таблица I.1.	Устойчивост на прави пръти – Ойлерови случаи	5
Таблица I.2.	Изрази за преместванията и разрезните усилия по теорията от втори ред.....	6
Таблица I.3.	Реакции и разрезни усилия в натиснато-огънати пръти при кинематични въздействия	7
Таблица I.4.	Реакции и разрезни усилия в натиснато-огънати пръти от външен товар	9
Таблица I.5.	Коректурни функции за изследване на устойчивостта на рамки	14
Таблица I.6.	Устойчивост на дъги	16
Таблица I.7.	Устойчивост на плочи	17
Таблица I.8.	Геометрична матрица на коравина за натиснати елементи в локална координатна система	18

РАЗДЕЛ II – ДИНАМИКА НА СТРОИТЕЛНИТЕ КОНСТРУКЦИИ

Таблица II.1.	Свободни трептения на фундаменти – характеристики на еластичната основа	20
Таблица II.2.	Съгласувана матрица на масите за гредови елементи в локална координатна система	22
Таблица II.3.	Собствени честоти и форми на греди с равномерно разпределена маса	23
Таблица II.4.	Маси и масови инерционни моменти за тела с различна форма.....	24
Таблица II.5.	Стойности на величини, свързани със затихването за някои видове конструкции.....	26
Таблица II.6.	Някои нормативни ограничения за амплитудните премествания и скорости при принудени трептения на строителните конструкции	27
Литература	28

Раздел I – УСТОЙЧИВОСТ НА СТРОИТЕЛНИТЕ КОНСТРУКЦИИ

Таблица I.1. Устойчивост на прави пръти – Ойлерови случаи

Означения:

$$n^2 = \frac{N}{EI}; \quad v = nL \text{ – параметър на осовия товар, } N \text{ – действителен осов товар,}$$

$$v_{cr} = L\sqrt{N_{cr}/EI} \text{ – критична стойност на параметъра } v,$$

$$N_{cr} = \frac{v_{cr}^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EI}{L_{ef}^2} \text{ – критичен товар,}$$

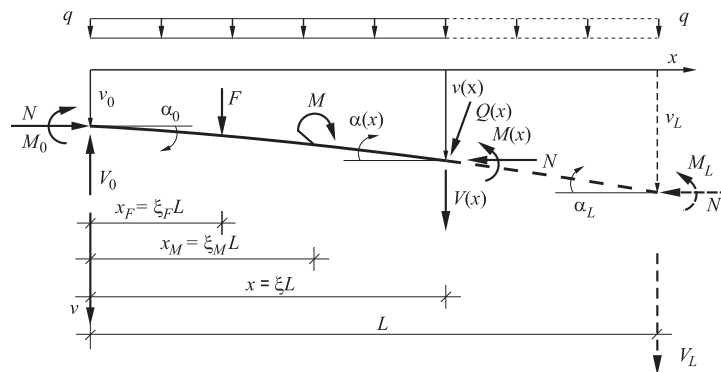
$$L_{ef} = \frac{\pi}{v} L = \mu L \text{ – ефективна (изключвателна, свободна) дължина,}$$

$$\mu = \pi/v \text{ – коефициент на изключвателната дължина.}$$

№	Схема	min v_{cr}	μ	L_{ef}
1		π	1	L
2		$\frac{\pi}{2}$	2	$2L$
3		$\frac{\pi}{0,7} \approx 4,49$	0,7	$0,7L$
4		2π	0,5	$0,5L$
5		π	1	L
6		$\frac{\pi}{2}$	2	$2L$

Таблица I.2. Изрази за преместванията и разрезните усилия по теорията от втори ред

Положителни посоки



$$\xi = \frac{x}{L}, \quad i = \frac{EI}{L}, \quad \text{вж. и означенията в таблица I.1.}$$

Матрично представяне на преместванията и разрезните усилия, изразени чрез началните параметри и с отчитане на външния товар

$$\begin{bmatrix} v(x) \\ \alpha(x) \\ M(x) \\ Q(x) \\ V(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{L \sin v\xi}{v} & \frac{L(\cos v\xi - 1)}{iv^2} & \frac{L^2(\sin v\xi - v\xi)}{iv^3} \\ 0 & \cos v\xi & -\frac{\sin v\xi}{iv} & \frac{L(\cos v\xi - 1)}{iv^2} \\ 0 & iv \sin v\xi & \cos v\xi & \frac{L \sin v\xi}{v} \\ 0 & \frac{iv^2}{L} \cos v\xi & -\frac{v}{L} \sin v\xi & \cos v\xi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ \alpha_0 \\ M_0 \\ V_0 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{L^3(\cos v\xi + \frac{v^2 \xi^2}{2} - 1)}{iv^4} & \frac{L^2[v(\xi - \xi_F) - \sin(v\xi - v\xi_F)]}{iv^3} & \frac{L[\cos(v\xi - v\xi_M) - 1]}{iv^2} \\ \frac{L^2}{iv^3}(v\xi - \sin v\xi) & -\frac{L}{iv^2}[\cos(v\xi - v\xi_F) - 1] & -\frac{\sin(v\xi - v\xi_M)}{iv} \\ -\frac{L^2}{v^2}(1 - \cos v\xi) & -\frac{L}{v} \sin(v\xi - v\xi_F) & \cos(v\xi - v\xi_M) \\ -\frac{L}{v} \sin v\xi & -\cos(v\xi - v\xi_F) & -\frac{v}{L} \sin(v\xi - v\xi_M) \\ -L\xi & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ F \\ M \end{bmatrix}$$

Чрез горните изрази могат да се получат всички интересувачи ни стойности на преместванията и разрезните усилия. Някои от тях, необходими за решение по метода на преместванията, са дадени подробно в следващите таблици I.3 и I.4.

Таблица I.3. Реакции и разрезни усилия в натиснато-огънати пръти при кинематични въздействия

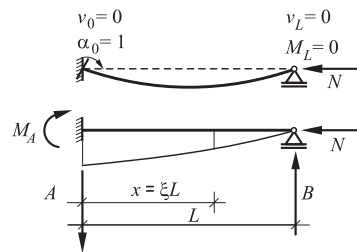


Схема 1

$$M_A = 3i \varphi_1(v) = M_0,$$

$$A = \frac{3i}{L} \varphi_1(v) = -V_0,$$

$$B = A,$$

$$M(x) = iv \sin v\xi + M_0 \cos v\xi + V_0 L \frac{\sin v\xi}{v}.$$

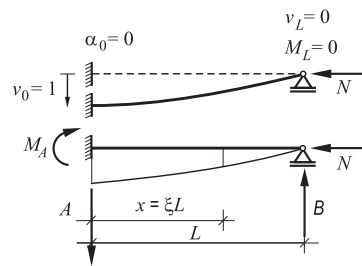


Схема 2

$$M_A = \frac{3i}{L} \varphi_1(v) = M_0,$$

$$A = \frac{3i}{L^2} \varphi_5(v) = -V_0,$$

$$B = A,$$

(в някои източници [3, 4] вместо φ_5 е прието означението η_1)

$$M(x) = M_0 \cos v\xi + V_0 L \frac{\sin v\xi}{v}.$$

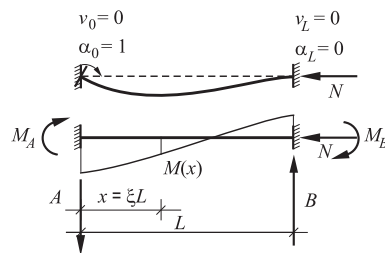


Схема 3

$$M_A = 4i \varphi_2(v) = M_0,$$

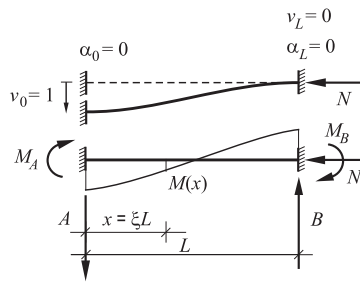
$$A = \frac{6i}{L} \varphi_4(v) = -V_0,$$

$$M_B = 2i \varphi_3(v),$$

$$B = A,$$

$$M(x) = iv \sin v\xi + M_0 \cos v\xi + V_0 L \frac{\sin v\xi}{v}.$$

Схема 4



$$M_A = \frac{6i}{L} \Phi_4(v) = M_0,$$

$$A = \frac{12i}{L^2} \Phi_6(v) = -V_0,$$

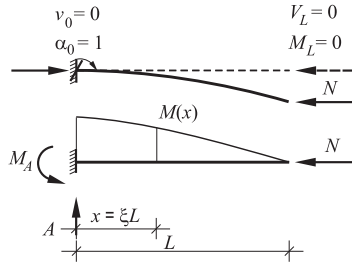
$$M_B = M_A$$

$$B = A,$$

(в някои източници [3, 4] вместо Φ_6 е прието означението η_2)

$$M(x) = M_0 \cos v\xi + V_0 L \frac{\sin v\xi}{v}.$$

Схема 5

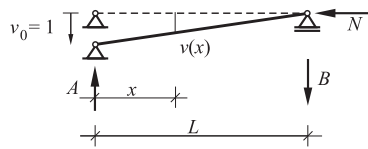


$$M_A = i\Phi_7(v) = -M_0,$$

$$A = V_0 = 0,$$

$$M(x) = iv \sin v\xi + M_0 \cos v\xi = -iv \frac{\sin(v - v\xi)}{\cos v}.$$

Схема 6



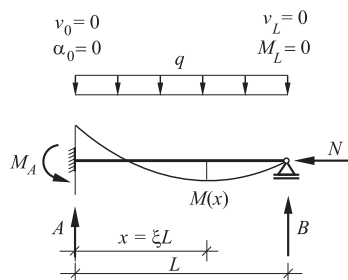
$$A = \frac{iv^2}{L^2} = V_0,$$

$$B = A.$$

Аналитичните изрази за коректурните функции Φ_i са дадени в края на табл. I.4, а стойностите им – в табл. I.5.

Таблица I.4. Реакции и разрезни усилия в натиснато-огънати пръти от външен товар

Схема 1



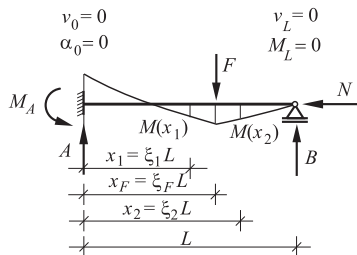
$$M_A = \frac{qL^2}{8} \frac{1}{\Phi_2(\nu)} = -M_0,$$

$$A = \frac{5qL}{8} \frac{1 + 4\Phi_2(\nu)}{5\Phi_2(\nu)} = V_0,$$

$$B = qL - A.$$

$$M(x) = M_0 \cos \nu \xi + V_0 L \frac{\sin \nu \xi}{\nu} - qL^2 \frac{1 - \cos \nu \xi}{\nu^2}.$$

Схема 2



$$M_A = FL \frac{\sin(\nu - \nu \xi_F) - (1 - \xi_F) \sin \nu}{\sin \nu - \nu \cos \nu} = -M_0,$$

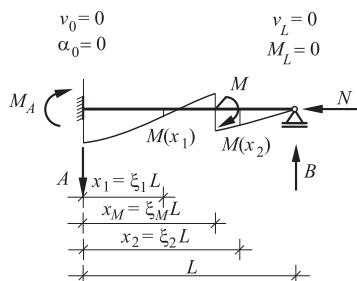
$$A = F \frac{\sin(\nu - \nu \xi_F) - \nu(1 - \xi_F) \cos \nu}{\sin \nu - \nu \cos \nu} = -V_0,$$

$$B = F - A.$$

$$0 \leq x_1 \leq x_F : M(x_1) = M_0 \cos \nu \xi_1 + V_0 L \frac{\sin \nu \xi_1}{\nu},$$

$$x_F < x_2 \leq L : M(x_2) = M_0 \cos \nu \xi_2 + V_0 L \frac{\sin \nu \xi_2}{\nu} - FL \frac{\sin(\nu \xi_2 - \nu \xi_F)}{\nu}.$$

Схема 3



$$M_A = M \frac{\nu \cos(\nu - \nu \xi_M) - \sin \nu}{\sin \nu - \nu \cos \nu} = M_0,$$

$$A = \frac{M}{L} \nu \frac{\cos(\nu - \nu \xi_M) - \cos \nu}{\sin \nu - \nu \cos \nu} = -V_0,$$

$$B = A,$$

$$0 \leq x_1 \leq x_M : M(x_1) = M_0 \cos \nu \xi_1 + V_0 L \frac{\sin \nu \xi_1}{\nu},$$

$$x_M < x_2 \leq L : M(x_2) = M_0 \cos \nu \xi_2 + V_0 L \frac{\sin \nu \xi_2}{\nu} + M \cos(\nu \xi_2 - \nu \xi_M).$$

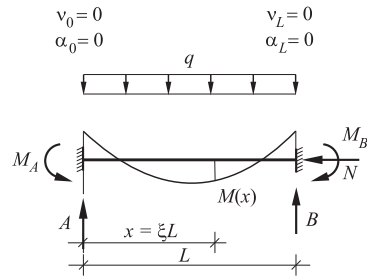


Схема 4

$$M_A = \frac{qL^2}{12} \frac{12}{v^2} \left(1 - \frac{\frac{v}{2}}{\operatorname{tg} \frac{v}{2}} \right) = -M_0,$$

$$A = \frac{qL}{2} = B = V_0,$$

$$M_B = M_A,$$

$$M(x) = M_0 \cos v\xi + V_0 L \frac{\sin v\xi}{v} - qL^2 \frac{1 - \cos v\xi}{v^2} = -\frac{qL^2}{2v^2 \sin \frac{v}{2}} \left[2 \sin \frac{v}{2} - v \cos \left(\frac{v}{2} - v\xi \right) \right]$$

$$\text{при } x = \frac{L}{2} \rightarrow M \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{qL^2}{v^2} \left(\frac{\frac{v}{2}}{\sin \frac{v}{2}} - 1 \right).$$

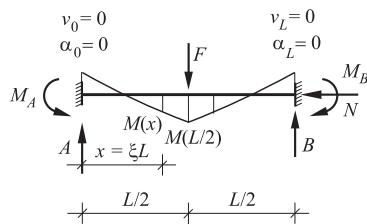


Схема 5

$$M_A = \frac{FL}{8} \frac{\operatorname{tg} \frac{v}{4}}{\frac{v}{4}} = -M_0,$$

$$A = \frac{F}{2} = B = V_0,$$

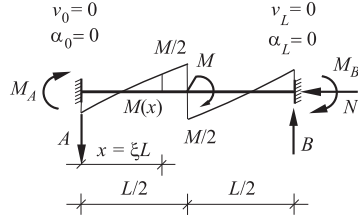
$$M_B = M_A,$$

$$0 \leq x \leq \frac{L}{2}: M(x) = M_0 \cos v\xi + V_0 L \frac{\sin v\xi}{v} = -\frac{FL}{2v \cos \frac{v}{4}} \sin \left(\frac{v}{4} - v\xi \right),$$

$\frac{L}{2} < x \leq L \rightarrow M$ – диаграмата е симетрична,

$$\text{при } x = \frac{L}{2} \rightarrow M \left(\frac{L}{2} \right) = M_A.$$

Схема 6



$$M_A = \frac{M}{4} \frac{v - 2 \sin \frac{v}{2}}{\sin \frac{v}{2} - \frac{v}{2} \cos \frac{v}{2}} = M_0,$$

$$A = \frac{3M}{2L} \frac{v}{3} \frac{1 - \cos \frac{v}{2}}{\sin \frac{v}{2} - \frac{v}{2} \cos \frac{v}{2}} = B = -V_0,$$

$$M_B = M_A,$$

$$0 \leq x \leq \frac{L}{2} : M(x) = M_0 \cos v\xi + V_0 L \frac{\sin v\xi}{v} = -\frac{M}{2\Delta(v)} \left[\frac{v}{2} \cos v\xi - \sin v\xi - \sin \left(\frac{v}{2} - v\xi \right) \right],$$

$$\Delta(v) = \left(\operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{v}{2} \right) \cos \frac{v}{2},$$

$\frac{L}{2} < x \leq L \rightarrow M$ - диаграмата е антисиметрична.

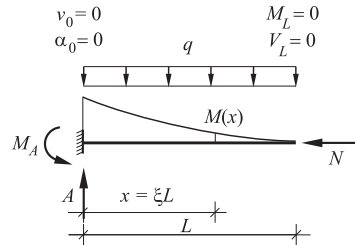


Схема 7

$$M_A = \frac{qL^2}{2} \frac{2 \operatorname{tg} v}{v^2} \left(v - \operatorname{tg} \frac{v}{2} \right) = -M_0,$$

$$A = qL = V_0,$$

$$M(x) = M_0 \cos v\xi + V_0 L \frac{\sin v\xi}{v} - qL^2 \frac{1 - \cos v\xi}{v^2} = -\frac{qL^2}{v^2 \cos v} \left[v \sin(v - v\xi) - \cos v\xi + \cos v \right].$$

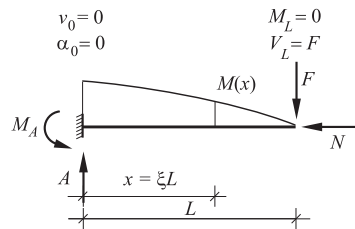


Схема 8

$$M_A = FL \frac{\operatorname{tg} v}{v} = -M_0,$$

$$A = F = V_0,$$

$$M(x) = M_0 \cos v\xi + V_0 L \frac{\sin v\xi}{v} = -\frac{FL}{v} \frac{\sin(v - v\xi)}{\cos v}.$$

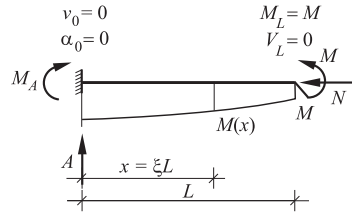
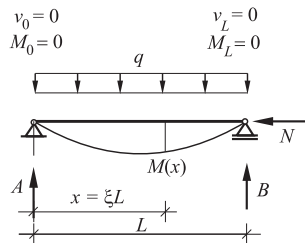


Схема 9

$$M_A = M \frac{1}{\cos v} = M_0,$$

$$A = V_0 = 0,$$

$$M(x) = M_0 \cos v \xi = M \frac{\cos v \xi}{\cos v}.$$



$$A = V_0 = \frac{qL}{2} = B,$$

$$M(x) = \frac{qL^2}{v^2} \left(\frac{\cos\left(\frac{v}{2} - v\xi\right)}{\cos\frac{v}{2}} - 1 \right).$$

$$\text{при } x = \frac{L}{2} \rightarrow M\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{qL^2}{8} \frac{8}{v^2} \left(\frac{1}{\cos\frac{v}{2}} - 1 \right).$$

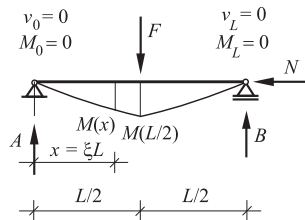


Схема 11

$$A = V_0 = \frac{F}{2} = B,$$

$$0 \leq x \leq \frac{L}{2}: M(x) = FL \frac{\sin v \xi}{2v \cos \frac{v}{2}},$$

$\frac{L}{2} < x \leq L \rightarrow M$ – диаграмата е симетрична,

$$\text{при } x = \frac{L}{2} \rightarrow M\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{FL}{4} \frac{\text{tg} \frac{v}{2}}{\frac{v}{2}}.$$

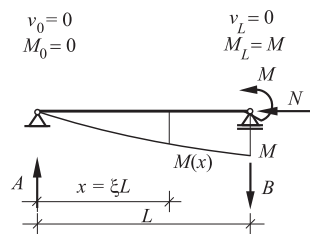


Схема 12

$$A = V_0 = \frac{M}{L} = B,$$

$$M(x) = M \frac{\sin v \xi}{\sin v}.$$

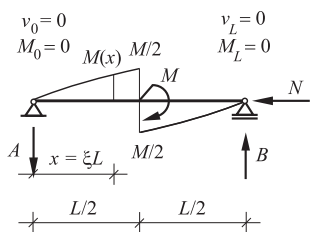


Схема 13

$$A = \frac{M}{L} = -V_0,$$

$$B = A,$$

$$0 \leq x < \frac{L}{2} : M(x) = -\frac{M}{2} \frac{\sin v \xi}{\sin \frac{v}{2}},$$

$\frac{L}{2} < x \leq L \rightarrow M$ – диаграмата е антисиметрична .

Изразите от последните редове за $M(x)$ в схеми от 4 до 10 са представени съгласно преобразованията, направени от проф. А. Тепавичаров, катедра „Строителна механика“ на УАСГ.

Коректурни функции φ_i , използвани в таблици 1.3 и 1.4:

$$\varphi_1(v) = \frac{v^2 \operatorname{tg} v}{3(\operatorname{tg} v - v)}, \quad \varphi_2(v) = \frac{v}{8 \operatorname{tg} v} \frac{\operatorname{tg} v - v}{\operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{v}{2}}, \quad \varphi_3(v) = \frac{v}{4 \sin v} \frac{v - \sin v}{\operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{v}{2}}$$

$$\varphi_4(v) = \frac{v^2}{12} \frac{\operatorname{tg} \frac{v}{2}}{\operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{v}{2}}, \quad \varphi_5(v) = \frac{v^3}{3(\operatorname{tg} v - v)},$$

$$\varphi_6(v) = \frac{v^3}{24 \left(\operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{v}{2} \right)}, \quad \varphi_7(v) = v \operatorname{tg} v.$$

Стойността на коректурните функции са дадени в таблица 1.5.

Таблица I.5. Коректурни функции за изследване на устойчивостта на рамки

ν	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Φ_6	Φ_7
0	1,0000	1,00000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000
0,1	0,9993	0,9997	1,0002	0,9998	0,9960	0,9990	0,0100
0,2	0,9973	0,9987	1,0007	0,9993	0,9840	0,9960	0,0405
0,3	0,9940	0,9970	1,0015	0,9985	0,9640	0,9910	0,0928
0,4	0,9893	0,9947	1,0027	0,9973	0,9360	0,9840	0,1691
0,5	0,9832	0,9916	1,0042	0,9958	0,8999	0,9750	0,2732
0,6	0,9757	0,9879	1,0061	0,9940	0,8557	0,9640	0,4105
0,7	0,9669	0,9836	1,0083	0,9918	0,8035	0,9510	0,5896
0,8	0,9565	0,9785	1,0109	0,9893	0,7432	0,9360	0,8237
0,9	0,9447	0,9727	1,0138	0,9864	0,6747	0,9189	1,1341
1	0,9313	0,9662	1,0172	0,9832	0,5980	0,8999	1,5574
1,1	0,9164	0,9590	1,0209	0,9797	0,5131	0,8788	2,1612
1,2	0,8998	0,9511	1,0251	0,9757	0,4198	0,8557	3,0866
1,3	0,8814	0,9424	1,0297	0,9715	0,3181	0,8307	4,6827
1,4	0,8613	0,9329	1,0348	0,9669	0,2080	0,8035	8,1170
1,5	0,8393	0,9227	1,0403	0,9619	0,0893	0,7744	21,1521
1,6	0,8152	0,9116	1,0463	0,9565	-0,0381	0,7432	-54,7721
1,7	0,7891	0,8998	1,0529	0,9508	-0,1743	0,7100	-13,0842
1,8	0,7606	0,8871	1,0600	0,9447	-0,3194	0,6747	-7,7153
1,9	0,7297	0,8735	1,0677	0,9382	-0,4736	0,6374	-5,5615
2	0,6961	0,8590	1,0760	0,9313	-0,6372	0,5980	-4,3701
2,1	0,6597	0,8436	1,0849	0,9241	-0,8103	0,5566	-3,5907
2,2	0,6202	0,8273	1,0946	0,9164	-0,9931	0,5131	-3,0224
2,3	0,5772	0,8099	1,1051	0,9083	-1,1861	0,4675	-2,5742
2,4	0,5304	0,7915	1,1164	0,8998	-1,3896	0,4198	-2,1984
2,5	0,4793	0,7720	1,1286	0,8908	-1,6040	0,3700	-1,8676
2,6	0,4234	0,7513	1,1417	0,8814	-1,8299	0,3181	-1,5642
2,7	0,3621	0,7295	1,1559	0,8716	-2,0679	0,2641	-1,2764
2,8	0,2944	0,7064	1,1712	0,8613	-2,3189	0,2080	-0,9955
2,9	0,2195	0,6819	1,1878	0,8505	-2,5838	0,1497	-0,7146

v	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Φ_6	Φ_7
3	0,1361	0,6560	1,2057	0,8393	-2,8639	0,0893	-0,4276
3,1	0,0424	0,6287	1,2251	0,8275	-3,1609	0,0267	-0,1290
3,2	-0,0635	0,5997	1,2462	0,8152	-3,4769	-0,0381	0,1871
3,3	-0,1847	0,5691	1,2691	0,8024	-3,8147	-0,1051	0,5272
3,4	-0,3248	0,5366	1,2940	0,7891	-4,1781	-0,1743	0,8987
3,5	-0,4894	0,5021	1,3212	0,7551	-4,5727	-0,2457	1,3110
3,6	-0,6862	0,4655	1,3509	0,7606	-5,0062	-0,3194	1,7765
3,7	-0,9270	0,4265	1,3834	0,7455	-5,4904	-0,3954	2,3115
3,8	-1,2303	0,3850	1,4191	0,7297	-6,0436	-0,4736	2,9395
3,9	-1,6269	0,3407	1,4584	0,7133	-6,6969	-0,5542	3,6950
4	-2,1726	0,2933	1,5019	0,6961	-7,5060	-0,6372	4,6313
4,1	-2,9802	0,2424	1,5501	0,6783	-8,5836	-0,7225	5,8365
4,2	-4,3156	0,1878	1,6037	0,6597	-10,1956	-0,8103	7,4667
4,3	-6,9947	0,1287	1,6636	0,6404	-13,1581	-0,9005	9,8291
4,4	-15,3271	0,0648	1,7310	0,6202	-21,7805	-0,9931	13,6238
4,5	227,9292	-0,0048	1,8070	0,5991	221,1792	-1,0884	20,8680
4,6	14,6693	-0,0809	1,8933	0,5772	7,6160	-1,1861	40,7568
4,7	7,8186	-0,1645	1,9920	0,5543	0,4553	-1,2865	379,3500
4,8	5,4023	-0,2572	2,1056	0,5304	-2,2777	-1,3896	-54,6474
4,9	4,1463	-3,3607	2,2375	0,5054	-3,8570	-1,4954	-25,8107
5	3,3615	-0,4772	2,3923	0,4793	-4,9719	-1,6040	-16,9026
5,1	2,8130	-0,6099	2,5757	0,4520	-5,8570	-1,7155	-12,4919
5,2	2,3986	-0,7629	2,7960	0,4234	-6,6147	-1,8299	-9,8053
5,3	2,0668	-0,9422	3,0648	0,3935	-7,2965	-1,9474	-7,9567
5,4	1,7884	-1,1563	3,3989	0,3621	-7,9316	-2,0679	-6,5747
5,5	1,5455	-1,4182	3,8236	0,3291	-8,5379	-2,1917	-5,4757
5,6	1,3266	-1,7481	4,3794	0,2944	-9,1268	-2,3189	-4,5581
5,7	1,1235	-2,1803	5,1346	0,2580	-9,7065	-2,4495	-3,7605
5,8	0,9302	-2,7777	6,2139	0,2195	-10,2831	-2,5838	-3,0431
5,9	0,7421	-3,6679	7,8727	0,1790	-10,8613	-2,7219	-2,3784
6	0,5551	-5,1594	10,7270	0,1361	-11,4449	-2,8639	-1,7460
6,1	0,3656	-8,2336	16,7392	0,0907	-12,0377	-3,0102	-1,1301
6,2	0,1700	-18,5905	37,3084	0,0424	-12,6433	-3,1609	-0,5169
6,3	-0,0354	93,6592	-187,3450	-0,0089	-13,2654	-3,3164	0,1059

Таблица I.6. Устойчивост на дъги

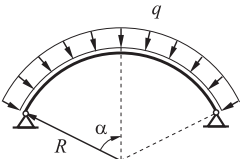
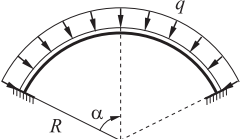
1. Дъги, очертани по окръжност

Диференциалното уравнение за безразлично равновесие е:

$$w'' + n^2 w = 0,$$

където w е радиалното преместване на произволна точка от оста на дъгата, а с n^2 е означена величината

$$n^2 = 1 + \frac{qR^3}{EI}.$$

Схема	Уравнение на устойчивостта	Критичен товар
	$\sin n\alpha = 0$	$q_{cr} = (n^2 - 1) \frac{EI}{R^3}$ $\min q_{cr} = \left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1 \right) \frac{EI}{R^3}$
	$ntg\alpha = tgn\alpha$	$q_{cr} = (n^2 - 1) \frac{EI}{R^3}$

2. Параболични дъги

$$q_{cr} = K \frac{EI}{L^3}$$

Стойности на параметъра на устойчивост K

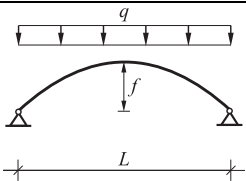
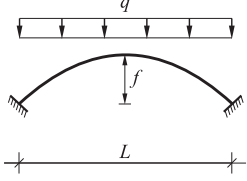
Схема	f/L	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0
	K	28,5	45,4	46,5	43,9	38,4	30,5	20,0	14,1
	K	60,7	101,0	115,0	111,0	97,4	83,8	59,1	43,7

Таблица I.7. Устойчивост на плочи

Диференциално уравнение за безразлично равновесие

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

където $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ е цилиндрична коравина,

t – дебелина на плочата,

ν – коефициент на Poisson,

E – модул на линейните деформации,

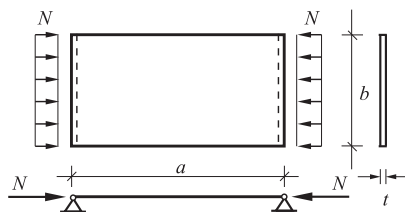
$\alpha = \frac{a}{b}$ – отношение на страните на правоъгълната плоча,

$N_{cr} = K_1 \frac{\pi^2 D}{b^2} = K_2 \frac{\pi^2 D}{a^2}$ – критичен товар,

$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{t}$ – критично напрежение,

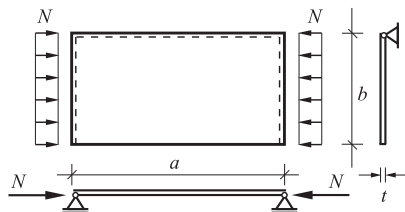
K_1 и K_2 – коефициенти на устойчивостта.

Схема 1



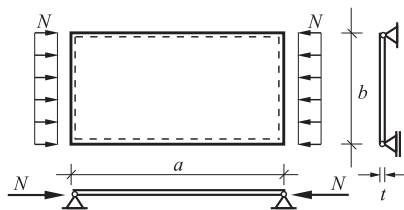
α	0,500	1,00	2,00	3,00
K_1	3,830	1,040	0,270	0,130
K_2	0,960	1,040	1,080	1,170

Схема 2



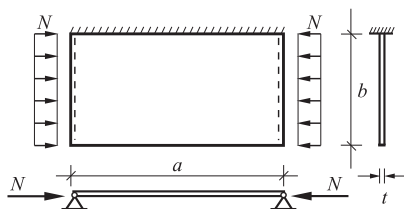
α	0,500	1,000	2,000	3,000
K_1	4,400	1,440	0,698	0,564
K_2	1,100	1,440	2,790	5,080

Схема 3



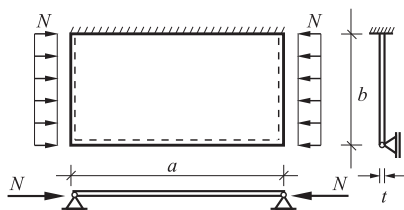
α	0,500	1,000	1,500	$\geq 2,000$
K_1	6,250	4,000	4,340	4,000
K_2	1,560	4,000	9,760	16,000

Схема 4



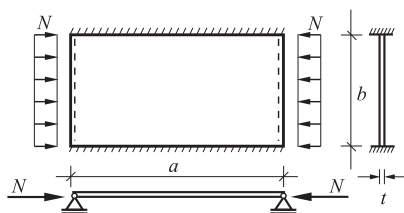
α	0,500	1,000	2,000	3,000
K_1	4,960	1,700	1,380	1,360
K_2	1,240	1,700	5,520	12,240

Схема 5



α	0,500	1,000	2,000	3,000
K_1	6,760	5,740	5,720	5,710
K_2	1,690	5,740	22,900	51,390

Схема 6



α	0,500	1,000	2,000	3,000
K_1	7,690	7,690	7,000	7,150
K_2	1,920	7,690	28,000	64,300

Таблица I.8. Геометрична матрица на коравина за натиснати елементи в локална координатна система

Тази матрица се използва в МКЕ при стабилитетното и статическото изчисляване на рамки по деформирана схема чрез уравнението

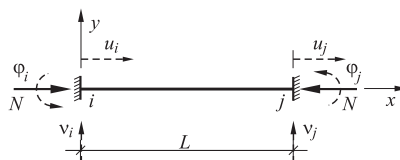
$$([K] - [K_G])\{Z\} = \{F\},$$

където $[K]$ е матрицата на коравина на огънатия елемент [1],

$\{Z\}$ – векторът на възловите премествания,

$\{F\}$ – векторът на натоварването (при задачи за устойчивост $\{F\} = \{0\}$),

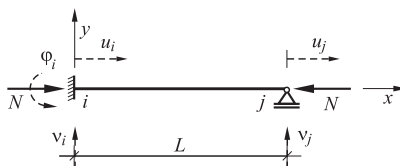
$[K_G]$ – геометричната матрица на коравината, отчитаща нормалните усилия.



1. Елемент I тип

$$[K_G^e]_{\text{I тип}} = N$$

u_i	v_i	ϕ_i	u_j	v_j	ϕ_j
0	0	0	0	0	0
	$\frac{6}{5L}$	$\frac{1}{10}$	0	$-\frac{6}{5L}$	$\frac{1}{10}$
		$\frac{2L}{15}$	0	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{L}{30}$
симетрично			0	0	0
				$\frac{6}{5L}$	$-\frac{1}{10}$
					$\frac{2L}{15}$



2. Елемент II тип

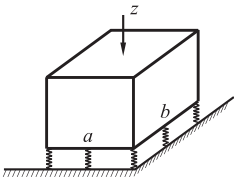
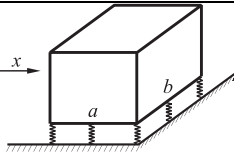
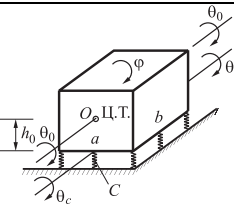
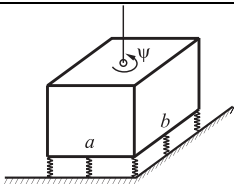
$$[K_G^e]_{\text{II тип}} = N$$

u_i	v_i	ϕ_i	u_j	v_j	–
0	0	0	0	0	0
	$\frac{6}{5L}$	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{6}{5L}$	0
		$\frac{L}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	0
симетрично			0	0	0
				$\frac{6}{5L}$	0
					0

Раздел II – ДИНАМИКА НА СТРОИТЕЛНИТЕ КОНСТРУКЦИИ

Таблица II.1. Свободни трептения на фундамента

Характеристики на еластичната основа

№	Посока на трептенията	Коефициенти на леглото kN/m^3	Коефициенти на коравина	Коефициенти на относително затихване
1.		$C_z = b_0 E_0 (1 + \sqrt{10/A})$ $b_0 = 1,0$ за пясъци $b_0 = 1,2$ за глинести пясъци $b_0 = 1,5$ за глинни	$K_z = C_z A$ kN/m	$\xi_z = \frac{2,20}{\sqrt{p_{cp}}}$ за установили се трептения $\xi_z = 6,3 \sqrt{E_0 / C_z p_{cp}}$ за неустановили се (импулсни) трептения
2.		$C_x = 0,7 C_z$	$K_x = C_x A$ kN/m	$\xi_x = 0,6 \xi_z$
3.		$C_\varphi = 2 C_z$	$K_\varphi = C_\varphi A$ kN.m	$\xi_\varphi = 0,5 \xi_z$
4.		$C_\psi = C_z$	$K_\psi = C_\psi I_\psi$ kN.m	$\xi_\psi = 0,3 \xi_z$

Означения:

$A = ab$ – площ на фундамента,

$I = \frac{ba^3}{12}$ – инерционен момент,

$I_\psi = \frac{ba^3 + ab^3}{12}$ – полярен инерционен момент спрямо вертикалната ос,

E_0 – модул на обща деформация на земната основа в kN/m^2 ,

$P_{\text{ср}}$ – средно статическо натоварване в основната плоскост в kN/m^2 .

Таблицата е съставена в този вид от проф. Т. Ганев, кат. „Строителна механика“ на УАСГ.

Собствените кръгови честоти на комплекса фундамент-машина се определят по следните формули:

- във вертикално направление

$$\omega_z = \sqrt{K_z / m},$$

K_z – от предходната таблица в kN/m ,

$$m = \frac{Q}{g} \text{ – маса на фундамента и машината в t (kNs}^2\text{/m),}$$

Q – тегло на фундамента и машината в kN ,

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ – земно ускорение.

- в хоризонтално направление (по x) транслационната честота ω_x и ротационната честота ω_φ са взаимно свързани и се определят по формулата

$$\omega_{1,2} = \left\{ \theta_c / 2\theta_0 \left[\omega_x^2 + \omega_\varphi^2 \mp \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_\varphi^2)^2 - (4\theta_0 / \theta_c) \omega_x^2 \omega_\varphi^2} \right] \right\}^{1/2},$$

където $\theta_c = \theta_0 + mh_0^2$ е масов инерционен момент относно хоризонталната ос през центъра на тежестта на основата (точка C , схема № 3 от таблицата), m като при ω_z , h_0 е показано на схема № 3,

θ_0 – масов инерционен момент спрямо ос през център на тежестта на комплекса фундамент-машина (точка O от схема № 3),

$$\omega_x = \sqrt{K_x / m},$$

K_x от таблицата в kN/m , m като при ω_z ,

$$\omega_\varphi = \sqrt{(K_\varphi - Qh_0) / \theta_c},$$

K_φ от таблицата в kNm , Q като при ω_z , h_0 – от схема 3.

- при ротация около вертикалната ос

$$\omega_\psi = \sqrt{K_\psi / \theta_\psi},$$

K_ψ от таблицата в kNm ,

θ_ψ – масов инерционен момент относно вертикалната ос през центъра на тежестта на комплекса фундамент-машина.

Таблица П.2. Съгласувана матрица на масите за гредови елементи в локална координатна система

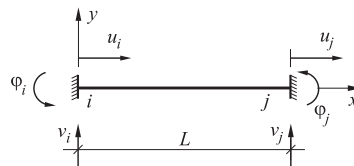
Тази матрица се използва в МКЕ за решаване на матричното уравнение за движението

$$[m]\{\ddot{Z}\} + [c]\{\dot{Z}\} + [k]\{Z\} = \{F(t)\}.$$

При задачите за собствени честоти и форми $[c] = [0]$, $\{F(t)\} = \{0\}$.

Матрицата на коравина $[k]$ е известна от курса по строителна статика, матрицата на съпротивленията $[c]$ обикновено се представя като линейна комбинация от матрицата на коравината и на масите, а матрицата на масите $[m]$ за отделен елемент в локална координатна система се формира по следните схеми:

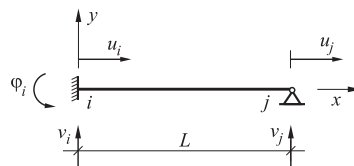
1. За елемент I тип



$$[m^e]_{\text{I тип}} = \frac{mL}{420}$$

u_i	v_i	ϕ_i	u_j	v_j	ϕ_j
140	0	0	70	0	0
	156	$22L$	0	54	$-13L$
		$4L^2$	0	$13L$	$-3L^2$
симетрично			140	0	0
				156	$-22L$
					$4L^2$

2. За елемент II тип



$$[m^e]_{\text{II тип}} = \frac{mL}{840}$$

u_i	v_i	ϕ_i	u_j	v_j	ϕ_j
280	0	0	140	0	0
	408	$72L$	0	117	0
		$16L^2$	0	$33L$	0
симетрично			280	0	0
				198	0
					0

И в двата случая общият множител m пред матриците е равномерно разпределената маса на елемента.

Таблица II.3. Собствени честоти и форми на греди с равномерно разпределена маса

Диференциалното уравнение на свободните трептения след разделяне на променливите е

$$X_n^{IV}(x) - k_n^4 X_n(x) = 0,$$

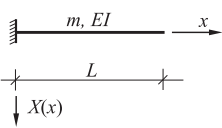
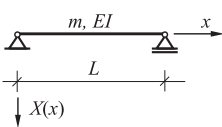
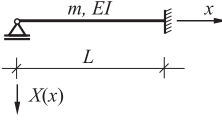
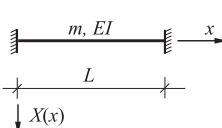
където $X_n^{IV}(x)$ е функция на n -тата собствена форма,

$$k_n^4 = \frac{m\omega^2}{EI} \text{ е динамична характеристика на еластичната греда,}$$

$$\omega_n = k_n^2 \sqrt{EI/m} = \frac{u_n^2}{L^2} \sqrt{EI/m} \text{ - } n \text{-та собствена кръгова честота,}$$

$$u_n = k_n L \text{ - параметър на динамичност.}$$

Стойности на параметъра u_n

Схема	Уравнение на честотите	Параметър u_n
1. 	$\text{ch}u_n \cdot \cos u_n = -1$	$u_1 = 1,875$ $u_2 = 4,694$ $u_3 = 7,855$ при $n > 3$; $u_n = (2n-1) \frac{\pi}{2}$
2. 	$\sin u_n = 0$	$u_1 = \pi$ $u_2 = 2\pi$ $u_n = n\pi$
3. 	$\text{th}u_n = \text{tg}u_n$	$u_1 = 3,927$ $u_2 = 7,069$ $u_3 = 10,21$ $u_n = (4n+1) \frac{\pi}{4}$
4. 	$\text{ch}u_n \cdot \cos u_n = 1$	$u_1 = 4,730$ $u_2 = 7,853$ $u_3 = 10,996$ при $n > 3$; $u_n = (2n+1) \frac{\pi}{2}$

Собствени форми (фундаментални функции) за схемите от таблицата.

Схема 1:

$$X_n(x) = \operatorname{ch}k_n x - \cos k_n x - (\operatorname{sh}k_n x - \sin k_n x) \frac{\operatorname{ch}u_n + \cos u_n}{\operatorname{sh}u_n + \sin u_n}.$$

Схема 2:

$$X_n(x) = \sin k_n x = \sin \frac{n\pi}{L} x.$$

Схема 3:

$$X_n(x) = \sin k_n x - \frac{\sin u_n}{\operatorname{sh}u_n} \operatorname{sh}k_n x.$$

Схема 4:

$$X_n(x) = \operatorname{sh}k_n x - \sin k_n x - (\operatorname{ch}k_n x - \cos k_n x) \frac{\operatorname{sh}u_n - \sin u_n}{\operatorname{ch}u_n - \cos u_n}.$$

Таблица П.4. Маса и масови инерционни моменти за тела с различна форма

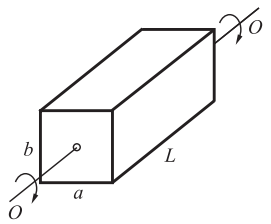
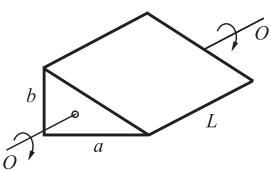
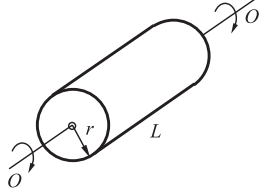
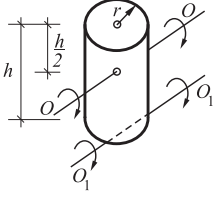
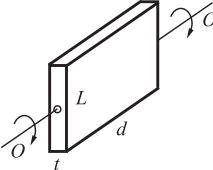
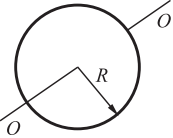
Схема	Формула
<p>1. Завъртане около ос $O-O$</p> 	$m = \rho abL$ $(I_m)_{O-O} = m \frac{a^2 + b^2}{12}$
<p>2. Завъртане около ос $O-O$</p> 	$m = \frac{1}{2} \rho abL$ $(I_m)_{O-O} = m \frac{a^2 + b^2}{18}$

	Схема	Формула
3.		$m = \rho \pi r^2 L$ $(I_m)_{O-O} = m \frac{r^2}{2}$
4.		$m = \rho \pi r^2 h$ $(I_m)_{O-O} = m \left(\frac{h^2}{12} + \frac{r^2}{4} \right)$ $(I_m)_{O_1-O_1} = m \left(\frac{h^2}{3} + \frac{r^2}{4} \right)$
5.	<p>Тънка плоча</p> 	$m = \rho d t L$ $(I_m)_{O-O} = \frac{m L^2}{12}$
6.	<p>Сфера</p> 	$m = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$ $(I_m)_{O-O} = \frac{2}{5} m R^2$

ρ – плътност на материала в $\text{t/m}^3 \left(\frac{\text{kNs}^2}{\text{m}^4} \right)$,

m – маса в $\text{t} \left(\frac{\text{kNs}^2}{\text{m}} \right)$,

I_m – масов инерционен момент в tm^2 (kNms^2).

Таблица II.5. Стойности на величини, свързани със затихването за някои видове конструкции

Вид на конструкцията	Логаритмичен декремент δ	Коефициент на относително затихване ξ	Коефициент на динамичност при резонанс μ_D
Стоманобетонни греди	0,28	0,0445	11,2
Стоманобетонни рамки	0,125	0,0199	25,1
Стоманобетонни подови конструкции	0,22	0,035	14,3
Стоманобетонни безгредови покрития	0,28	0,0445	11,2
Стоманобетонни мостове	0,315	0,050	10,0
Дървени подове	0,175	0,0278	18,0
Тухлени стени на циментов разтвор	0,12	0,019	26,2
Комини	0,055	0,0088	57,1
Стоманени мостове	0,085	0,0135	37,0
Стоманобетонни турбофундаменти със затихване от земната основа	0,40	0,064	7,8
Други стоманобетонни фундаментни конструкции без отчитане на затихването от земната основа	0,25	0,04	12,5
Стоманени турбофундаменти със затихване от земната основа	0,1–0,2	0,016–0,032	31,2–15,6
Други стоманени фундаментни конструкции без ефекта от затихване на основата	0,01–0,08	0,0016–0,014	312,0–35,7
Сачмени лагери	0,126–0,188	0,02–0,03	25,0–16,7
Тефлонови лагери	0,628	0,10	5,0

Тази таблица е комплектована от проф. Т. Ганев, кат. „Строителна механика“ на УАСГ.

Таблица II.6. Някои нормативни ограничения за амплитудните премествания и скорости при принудени трептения на строителните конструкции

1. Допустими амплитудни провисвания на конструктивни елементи A_{adm} (в mm), дължащи се на динамичните товари.

1.1. При честота на принудителните трептения $f_{\theta} = 1 \div 10$ Hz

$$A_{adm} = \frac{10}{f_{\theta}^2} \text{ mm.}$$

1.2. При честота на принудителните трептения $f_{\theta} = 10 \div 100$ Hz

$$A_{adm} = \frac{1}{f_{\theta}}, \text{ mm.}$$

2. Физиологично влияние на трептенията върху хората при амплитудни премествания A в mm за някои честоти на външното въздействие

Честоти f_{θ} (Hz)	1	5	10	20	50	100	Възприемане на трептенията	
Амплитуди	$A =$	3,2	0,13	0,03	0,02	0,006	0,003	Осезаеми
	$A =$	10,0	0,40	0,10	0,05	0,02	0,01	Усещат се неприятно
	$A =$	25,0	1,0	0,25	0,125	0,05	0,025	Вредни при продължително действие
	$A >$	25,0	1,0	0,25	0,125	0,05	0,025	Недопустимо вредни

Вместо амплитудите A (mm) в някои документи [5] са регламентирани или виброскоростите v , или ускоренията a , като са в сила зависимостите

$$v = 2\pi f A \text{ (mm/s),}$$

$$a = 4\pi^2 f^2 A \text{ (mm/s}^2\text{).}$$

3. Допустими амплитудни премествания, дължащи се на динамичните товари според санитарните норми

Честота f_{θ} Hz	Амплитуда A_{adm} , mm.		
	Производствени помещения, пунктове за управление	Складове, помещения за дежурни	Лаборатории, изч. центрове, здравни заведения
2	1,4	0,57	0,2026
4	0,25	0,10	0,0354
8	0,63	0,25	0,009
16	0,0282	0,0112	0,0039
32	0,0139	0,0055	0,00197
64	0,0072	0,0028	0,00001

4. Допустими амплитудни скорости на трептенията при чувствително оборудване

Клас на оборудването	Наименование на уредите и апаратите	Допустима амплитуда на скоростта v_{adm} , mm/s
I	Електронни микроскопи, лазерни интерферометри, оптически и контактни профилометри	0,0315
II	Оборудване на електронната промишленост, компаратори, стругове с висока точност, емулсионни машини	0,10
III	Оптически далекомиетри, спектрометри, фотоелектрически усилватели	0,315
IV	Инструментални микроскопи, пневматични далекомиетри, балансировъчни стругове	1,0

Данните от т.3 и т.4 на тази таблица са систематизирани от проф. Танко Ганев, кат. „Строителна механика” на УАСГ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Байчев, И.* Помощни таблици по строителна механика – част I (строителна статика) за студентите от Строителния и Транспортния факултет. УАСГ, 2006.
2. *Байчев, И.* Помощни таблици по строителна механика за студентите от Хидротехническият факултет. УАСГ, 2006.
3. *Върбанов, Хр.* Устойчивост и динамика на еластичните системи. *Техника, С.*, 1989.
4. *Попов, А., Т. Карамански, Б. Банков, Г. Бобев, А. Тепавичаров, Ю. Павлова.* Таблици за решаване на задачи по теория на еластичността, устойчивост и динамика на еластичните системи. ВИАС, 1979.
5. *Справочник по динамике сооружений.* Стройиздат, М., 1972.
6. *Baychev, I.* Fixed-Hinged Beam Finite Elements used for Dynamic Analysis of Frames. *Mechanics Research Communications*, New York, vol. 23, № 2/96.