УАСГ, приемен изпит по Математика, 13 юли 2013 г.
Тема 1

Задача 1

а) (2 т.) Решете уравнението $(4x^2-7x-2)\sqrt{1-x}=0$.

б) (2 т.) Докажете, че ако $k>9$, то уравнението $(kx^2-7x-2)\sqrt{1-x}=0$ има три реални различни решения $x_1<x_2<x_3$.

в) (2 т.) Ако $k>9$, пресметнете най – малката стойност на израза $x_1^2+x_2^2+x_3^2+4x_1x_2x_3$, където x_1,x_2 и x_3 са решенията на горното уравнение.

Задача 2

Даден е правоъгълен триъгълник ABC с прав ъгъл при C и височина CD към хипотенузата . В триъгълниците ABC, ACD и BCD са вписани окръжностите K, K_1 и K_2 с радиуси r, $r_1=3$ и $r_2=4$ съответно.

а) (2 т.) Докажете, че $\frac{r_1}{r}=\cos\alpha$, $\frac{r_2}{r}=\sin\alpha$ (α е ъгълът при A) и $r=5$.

б) (3 т.) Докажете, че AB=25. Пресметнете лицето на триъгълника O_1O_2M, където O_1 и O_2 са центровете на K_1 и K_2, а M е допирната точка на K_2 и AB.

в) (2 т.) Нека медианата AN пресича CD в точката P. Докажете, че $\frac{CP}{PD}=\frac{25}{9}$ и пресметнете лицето на триъгълника APC.

Задача 3

Даден е правоъгълен паралелепипед с основи $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$, за който $AB=a;\ BC=a\sqrt{2}$ и ъгълът между правата AC_1 и равнината $ABCD$ е равен на 30^0.

а) (3 т.) Пресметнете обема на паралелепипеда.

б) (2 т.) Нека α е равнината, която съдържа точките A, C_1 и средата M на BC. Пресметнете ъгъла между α и основата ABCD на паралелепипеда. Докажете, че сечението на α с паралелепипеда е успоредник и пресметнете лицето му.

в) (2 т.) Нека точката O е център на стената ABB_1A_1. Пресметнете косинуса на ъгъла между правите D_1O и AM.

Максималният брой точки е 20. Оценката се определя по методика на УАСГ.

Зам. Ректор:.....
(Проф. д-р арх. Н. Бончев)

Университет по Архитектура, Строителство и Геодезия
София