УНИВЕРСИТЕТ ПО АРХИТЕКТУРА СТРОИТЕЛСТВО И ГЕОДЕЗИЯ

бул. „Хр. Смирненски“ № 1, София 1046, Р България

тел.: (02) 865-68-63; +359 886 60 24 55

e-mail: *aceadm@uacg.bg; https://uacg.bg*

Служебно поле *(попълва се служебно)*	
Фиктивен номер	

КАНДИДАТСТУДЕНТСКИ ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
УАСГ
5 ЮНИ 2026 г.

Вариант 1
ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ

Задача 1. (1 т.) Ако за корените на уравнението $x^2+x-2k=0$ е изпълнено $x_1=2x_2$, то k е:

а) $\frac{1}{9}$; б) $-\frac{1}{9}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) $-\frac{2}{3}$; д) друг отговор.

Задача 2. (1 т.) Множеството от всички цели числа, които са от дефиниционното множество на функцията $f(x)=\sqrt{\frac{x^2-1}{\lg^2(10-x^2)}}$ е:

а) $\{3,2,-2,1\}$; б) $\{1,-1,-2,2\}$; в) $\{-3,3,1,-1,-2,2\}$; г) $\{1,-1,-2,2,0\}$; д) друг отговор.

Задача 3. (1 т.) За растящата геометрична прогресия е известно, че $a_2.a_4=36$ и $a_5=54$. Сумата на първите шест члена е:

а) 81; б) $\frac{16}{81}$; в) $\frac{728}{3}$ г) $\frac{3}{728}$; д) друг отговор.

Задача 4. (1 т.) Страните на триъгълник се отнасят както 3:5:7. Най-големият ъгъл на триъгълника е:

а) 75°; б) 90°; в) 120°; г) 150°; д) друг отговор.

Задача 5. (1 т.) Точката O е център на стената BCC_1B_1 на куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Тогава ъгълът между AC и AO е

а) 15°; б) 30°; в) 75°; г) 90°; д) друг отговор.

ОТГОВОРИТЕ НА ЗАДАЧИ 1 – 5 НАНЕСЕТЕ В ТАБЛИЦАТА:

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5
Б	Б	В	В	Б

Задача 6. (5 т.) Дадено е уравнението

$$\log_2(2x-a^2-a+2)=\log_2 x+\log_2(x-2a+1),$$

където a е параметър.
а) (1.5 т.) Да се реши уравнението при $a=2$.
б) (1.5 т.) Нека $x=a+2$ е корен на даденото уравнение. За кои стойности на a е изпълнено равенството $3^{2x}-3^x=6$?
в) (2 т.) За кои стойности на a, уравнението няма реални корени?

Решение: След освобождаване от логаритмите получаваме $x^2-(2a+1)x+a^2+a-2=0$ с корени $x_1=a+2$ и $x_2=a-1$.

а) (1.5 т.) При $a=2$ корените са 1 и 4. След проверка остава само $x=4$.

б) (1.5 т.) Решението на показателното уравнение е $x=1$, откъдето $a=-1$. Окончателно след проверка $a=-1$.

в) (2 т.) Непосредствената проверка показва, че $x_2=a-1$ не е решение, а $x_1=a+2$ е решение точно когато $a\in(-2,3)$. Отговор $a\in(-\infty,-2]\cup[3,+\infty)$.

Задача 7. (5 т.) Окръжност с радиус 10 е описана около правоъгълника $ABCD$.
Допирателната към нея в точка C пресича правите AB и AD съответно в точките M и N, като $\sphericalangle CAN=\alpha$.
а) (2 т.) Да се пресметне лицето на четириъгълника $AMCD$.

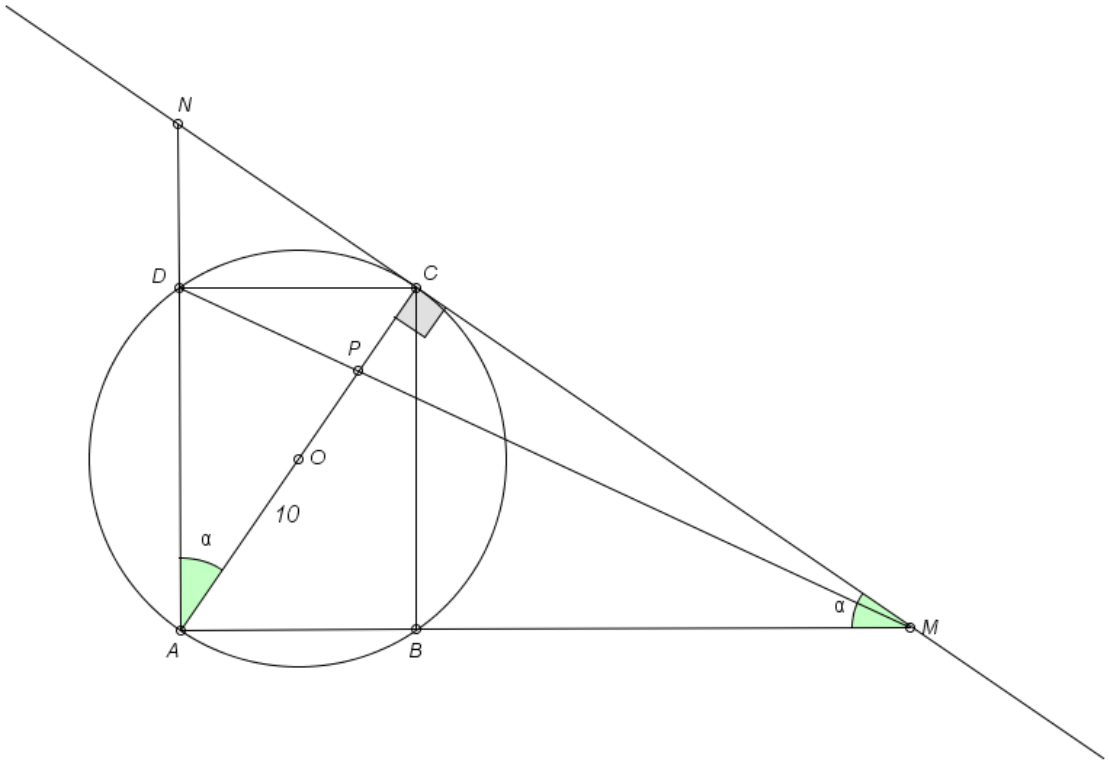
б) (1.5 т.) Да се намери α, ако MD разделя AC в отношение $4:3$, считано от A.

в) (1.5 т.) За коя стойност на α лицето на $\triangle AMN$ е най-малко?

Решение:
а) (2 т.) От $AC\perp MN$ следва, че $AM=\dfrac{20}{\sin\alpha}$ (виж черт.1). От $\triangle ACD$ имаме, че $CD=20\sin\alpha$ и $AD=20\cos\alpha$. Тогава търсеното лице е $S_{AMCD}=\dfrac{1}{2}\left(CD+AM\right).AD=200\operatorname{cotg}\alpha\left(1+\sin^2\alpha\right)$.

б) (1.5 т.) Нека P е пресечната точка на MD и AC. От подобието на $\triangle AMP$ и $\triangle CDP$ получаваме $\dfrac{AM}{CD}=\dfrac{4}{3}$ и $\dfrac{1}{\sin^2\alpha}=\dfrac{4}{3}$, откъдето $\alpha=60^\circ$.

в) (1.5 т.) От $\triangle ACN$ следва, че $AN=\dfrac{20}{\cos\alpha}$. Тогава $S_{AMN}=\dfrac{1}{2}AM.AN=\dfrac{400}{\sin 2\alpha}$ и то е най-малко, когато $\sin 2\alpha>0$ е най-голям, откъдето $\alpha=45^\circ$.



черт.1

Задача 8. (5 т.) Всички ръбове на правилната пирамида $ABCDM$ с основа $ABCD$ имат дължина a.

а) (1,5 т.) Намерете отношението на радиуса на вписаната в пирамидата сфера и височината на пирамидата.

б) (1,5 т.) Точките P и Q са среди съответно на CM и CD. Намерете косинуса на острия ъгъл между правите BP и MQ.

в) (2 т.) Намерете разстоянието от точка M до равнината (ABP).

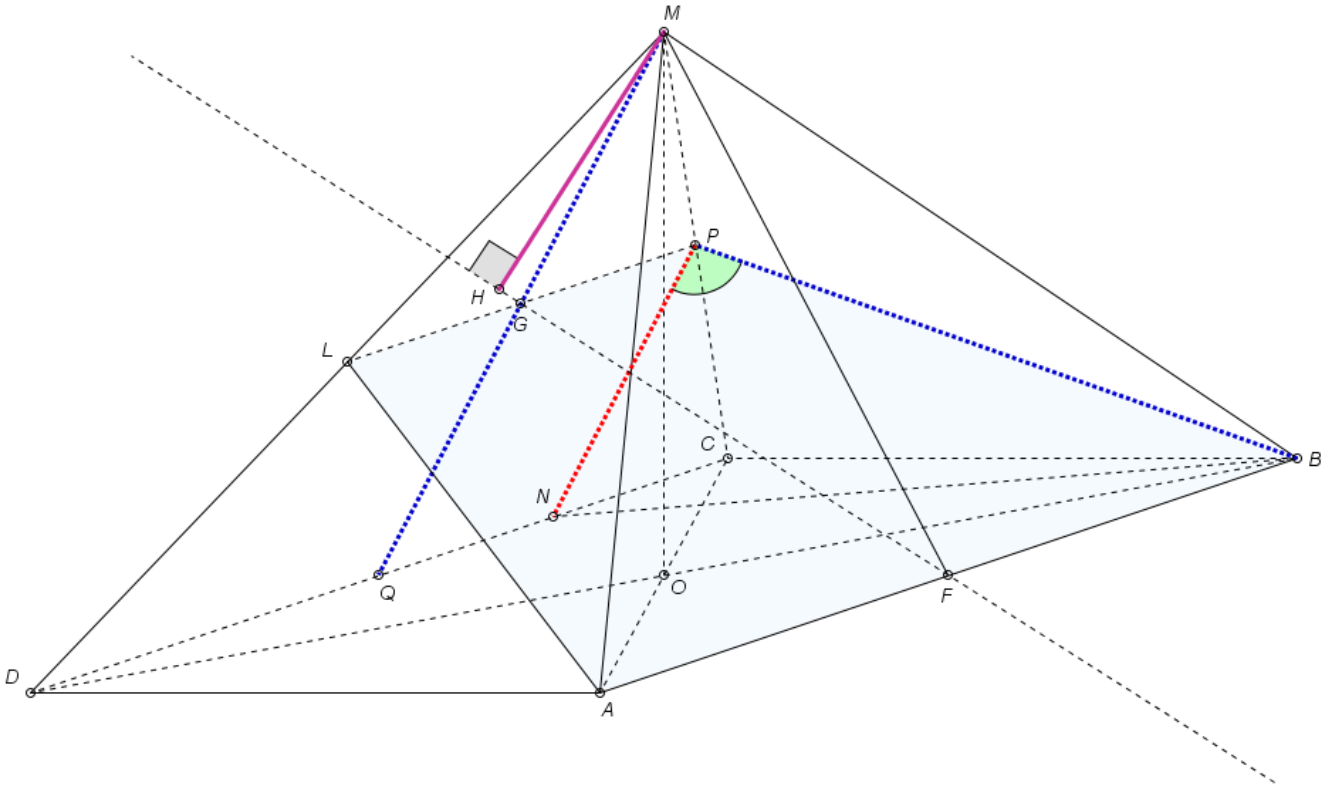
Решение: Виж черт. 2.

а) (1,5 т.) От известната формула $V=\frac{1}{3}rS_1$ имаме $r=\frac{3V}{S_1}=\frac{Bh}{S_1}$, откъдето $\frac{r}{h}=\frac{B}{S_1}=\frac{1}{1+\sqrt{3}}$.

б) (1,5 т.) Нека $PN \| MQ$. Тогава търсеният ъгъл е $\sphericalangle BPN$ или съседния му. От косинусова теорема за $\triangle BPN$ получаваме $\cos\sphericalangle BPN=-\frac{1}{6}$ Отговор: търсеният косинус е равен на $\frac{1}{6}$.

в) (2 т.) Нека L е пресечната точка на (ABP) с ръба DM. От $LM=PM$ следва, че проекцията H на M върху (ABP) лежи на правата FG, съединяваща средите на AB и LP. Имаме $FG=\frac{a}{4}\sqrt{11}$ като медиана в $\triangle QMF$ и височината $MO=\frac{1}{2}BD=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Тогава от $FG.MH=2S_{FGM}=S_{QMF}=\frac{1}{2}MO.QF$ получаваме $MH=\frac{a\sqrt{22}}{11}$.



черт. 2
